ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2019

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1. β

Α.2. γ

Α.3. α

Α.4. γ

Α.5.

α Λάθος

β Σωστό

γ Λάθος

δ Σωστό

ε Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β.1

Σωστή απάντηση η (ii)

Πριν την κρούση:

$$f_1 = \frac{u_{ηχ}}{u_{ηχ} + u_s} f_s = \frac{u_{ηχ}}{u_{ηχ} + \frac{u_{ηχ}}{20}} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{u_{ηχ}}{\frac{21 \cdot u_{ηχ}}{20}} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s \ (1)$$

Α.Δ.Ο.:

$$\vec{P}_{ολπριν} = \vec{P}_{ολμετά} \Rightarrow m u_s + 0 = 2m u_s' \Rightarrow u_s' = \frac{u_s}{2} = \frac{u_{ηχ}}{40}$$

Μετά την κρούση:

$$f_2=\frac{u_{nx}}{u_{nx}+u_s}f_s=\frac{u_{nx}}{u_{nx}+\frac{u_{nx}}{40}}f_s\Rightarrow f_1=\frac{u_{nx}}{\frac{41\cdot u_{nx}}{40}}f_s\Rightarrow f_1=\frac{41}{40}f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{\frac{21}{20}f_s}{\frac{41}{40}f_s}=\frac{20\cdot 41}{40\cdot 21}\Rightarrow\frac{f_1}{f_2}=\frac{41}{42}$$

B2. Σωστή η απάντηση iii

Η πίεση στο σημείο Δ, επειδή το υγρό είναι ακίνητο στον κατακόρυφο σωλήνα, ισούται με $P_{\Delta=}P_{atm}+pgh$ (1)

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ υπολογίζουμε:

$\Pi_\Delta=\Pi_\Gamma\Rightarrow A_1\cdot U_1=A_2\cdot U_2\Rightarrow 2\cdot A_2U_1=A_2U_2\Rightarrow U_2=2U_1$ (2)

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής στον άξονα x, μεταξύ των σημείων Δ και Γ:

$P_\Delta+\frac{1}{2}pU_1{}^2=P_\Gamma+\frac{1}{2}pU_2{}^2\Rightarrow P_{atm}+pgh+\frac{1}{2}pU_1{}^2=P_{atm}+\frac{1}{2}p4U_1{}^2\Rightarrow pgh=2pU_1{}^2-\frac{pU_1{}^2}{2}\Rightarrow h=\frac{3U_1{}^2}{2g}$ (3)

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ δύο σημείων, της ελεύθερης επιφάνειας του δοχείου και του σημείου Ζ:

$P_{atm}+pgH+\frac{1}{2}pU_{\varepsilon\pi}{}^2=P_{atm}+\frac{1}{2}pU_3{}^2$ (4)

Επειδή η στάθμη έχει σταθεροποιηθεί, η ταχύτητα του υγρού στην επιφάνεια είναι $U_{\varepsilon\pi}=0$, συνεπώς από τη σχέση (4) έχουμε:

$pgH=\frac{1}{2}pU_3{}^2\Rightarrow U_3{}^2=2gH$ (5)

Για να παραμένει σταθερή η στάθμη πρέπει για το δοχείο να ισχύει :

$\Pi_{\varepsilon\iota\sigma\varepsilon\rho\chi\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta}=\Pi_{\varepsilon\xi\varepsilon\rho\chi\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta}\Rightarrow A_2U_2=A_3U_3\Rightarrow A_2U_2=\frac{A_2}{2}U_3\Rightarrow U_3=2U_2$ (6)

Από (5), (6) έχουμε: $(2U_2)^2=2gH\Rightarrow H=\frac{2U_2{}^2}{g}\Rightarrow H=\frac{8U_1{}^2}{g}$

Άρα τελικά: $\frac{h}{H} = \frac{\frac{3U_1{}^2}{2g}}{\frac{8U_1{}^2}{g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$

Β.3

Σωστή απάντηση η (ii)

Θ.Μ.Κ.Ε. (1,2):

$$K_2 - K_1 = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}I_\rho\omega^2 - 0 = F\ell\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 = F\ell\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{M\ell\omega^2}{6} = \frac{F\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3\omega^2}{6} = \frac{9\pi\cdot\pi}{2} \Rightarrow \frac{\omega^2}{2} = \frac{9\pi^2}{2} \Rightarrow \omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \omega = 3\pi\,\text{rad/s}$$

Α.Δ. Στροφορμής για την πλαστική κρούση:

$$L_{\pi\rho\iota\nu} = L_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow I_\rho\omega = (I_\rho + m\ell^2)\omega' \Rightarrow \frac{1}{3}M\ell^2\omega = (\frac{1}{3}M\ell^2 + m\ell^2)\omega'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 1\cdot 3\pi = (\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 1 + 1)\omega' \Rightarrow 3\pi = 2\omega' \Rightarrow \omega' = 1{,}5\pi\, rad\,/\,\text{s}$$

Η ράβδος με το σώμα μετά την κρούση κάνουν ομαλή στροφική κίνηση διότι $\sum\tau = 0$.

Άρα: $\theta = \omega'\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 1{,}5\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}\text{s}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1

πριν τη κρούση: για το Σ1 που ισορροπεί

$\Sigma f = 0 \Longrightarrow m_1 g = k\Delta\ell \Rightarrow 10 = K\cdot 0{,}05 \Rightarrow K = 200\ N/m$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης μετά την κρούση θα ισχύει:

$\Sigma f = 0 \Longrightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta\ell' \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{(m1+\ m2)g}{K} = \frac{20}{200} \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}1\text{m}$

Επειδή η ακραία θέση είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου θα ισχύει Α= $\Delta\ell' \Rightarrow A = 0{,}1\text{m}$

Γ.2

Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για το συσσωμάτωμα μετά την κρούση

$$\mathrm{X} = \Delta\ell' - \Delta\ell = 0,05m = \frac{\mathrm{A}}{2}$$

$$\mathrm{E} = \mathrm{K} + \mathrm{U_T} \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{KA}^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{V}_\Sigma^2 + \frac{1}{2}\mathrm{K}\left(\frac{\mathrm{A}}{2}\right)^2$$

$$\mathrm{KA}^2 - \frac{\mathrm{KA}^2}{4} = (\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{V}_\Sigma^2 \Rightarrow \frac{3\mathrm{KA}^2}{4} = (\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{V}_\Sigma^2$$

$$\frac{3 \cdot 200 \cdot 0,1^2}{4} = 2\mathrm{V}_\Sigma^2 \Rightarrow \mathrm{V}_\Sigma^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \mathrm{V}_\Sigma = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$\vec{\mathrm{P}}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{\mathrm{P}}_{\text{ολ(μετά)}}$$

$$\mathrm{m_2 U_o} = (\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{V}_\Sigma \Rightarrow 1 \cdot \mathrm{U_o} = 2\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mathrm{U_o} = \sqrt{3}\ m/s$$

$$\mathrm{K}_{\Sigma_2} = \frac{1}{2}\mathrm{m_2 U_o^2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow \mathrm{K}_{\Sigma_2} = 1,5\mathrm{J}$$

Γ.3

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{P}_2} = \vec{\mathrm{P}}_{2\text{μετά}} - \vec{\mathrm{P}}_{2\text{πριν}} \text{ άρα } \Delta\mathrm{P}_2 = \mathrm{m_2 v_\Sigma} - \mathrm{m_2 v_0} = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \Delta\mathrm{P}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta\mathrm{P}_2 = -0.5\sqrt{3}\,\mathrm{kg \cdot m/s}$$

Το διάνυσμα $\overrightarrow{\Delta \mathrm{P}_2}$ έχει κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική κατεύθυνση της V_0 δηλαδή, είναι προς τα κάτω.

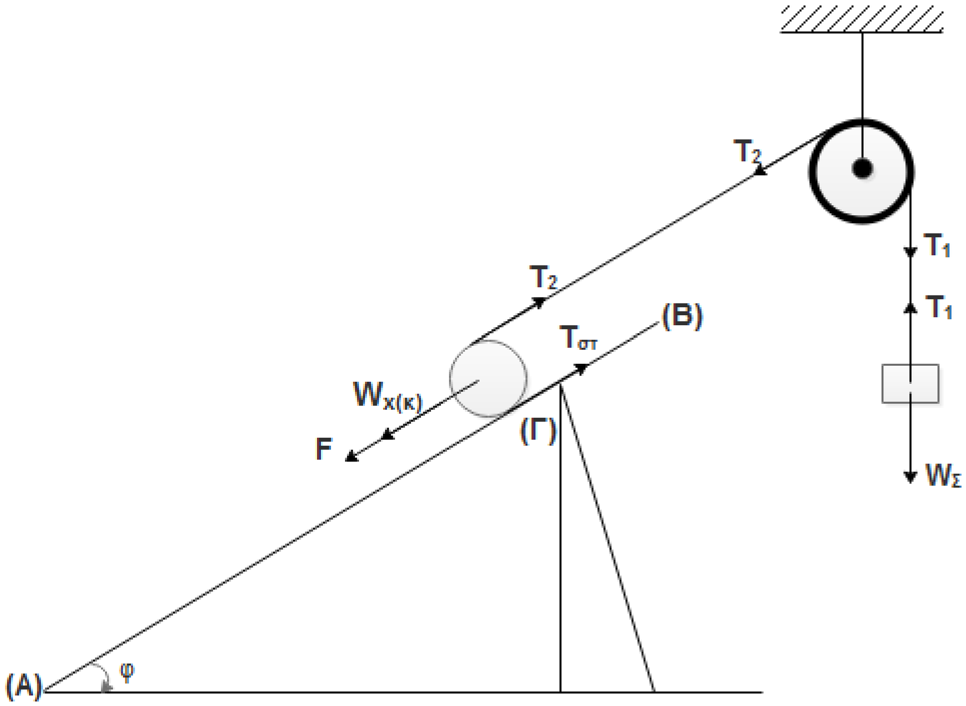
Γ.4

Για t = 0 το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην θέση $\mathrm{x} = \frac{\mathrm{A}}{2}$ και έχει θετική ταχύτητα άρα έχει αρχική φάση φ_0.

$$\text{ημ}\varphi_0 = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{A}} = \frac{\frac{\mathrm{A}}{2}}{\mathrm{A}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \mathrm{D} = (\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\omega^2 \Rightarrow 20 = 2\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

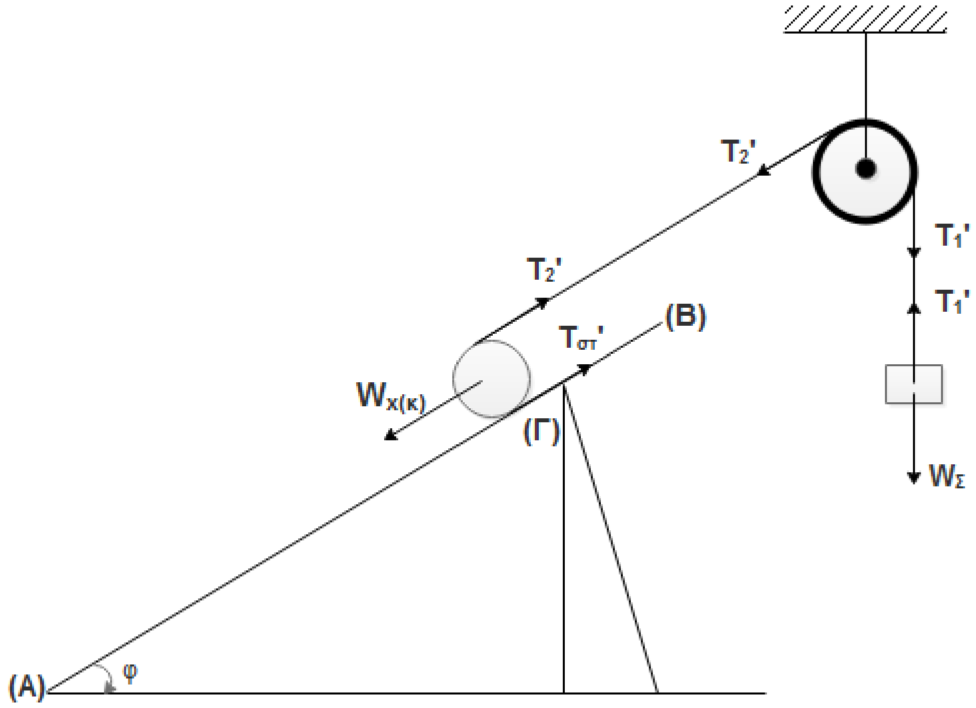
Άρα $x=0{,}1\cdot ημ(10t+\frac{\pi}{6})$ S.I.

ΘΕΜΑ Δ
Δ.1



Το σώμα Σ ισορροπεί, άρα ΣF=0, δηλαδή $T_1 = W_\Sigma \Rightarrow T_1 = M_\Sigma \cdot g \Rightarrow T_1 = 20\mathrm{N}$
Η τροχαλία επίσης ισορροπεί, άρα, Στ=0, δηλαδή: $R_T \cdot T_1 = R_T \cdot T_2 \Rightarrow T_1 = T_2 = 20\mathrm{N}$
Ο κύλινδρος ισορροπεί, άρα ισχύει ότι: Στ=0, δηλαδή: $T_{\sigma\tau} \cdot R_\kappa = T_2 \cdot R_\kappa \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_2 = 20\mathrm{N}$
Επίσης: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + W_{k(x)} = T_2 + T_{\sigma\tau} \Rightarrow F + M_k \cdot g \cdot ημφ = T_2 + T_{\sigma\tau} \Rightarrow F + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 20 + 20 \Rightarrow F = 30\mathrm{N}$

Δ.2



Για τον κύλινδρο:

$$\sum \tau = I_\kappa \alpha_\gamma \Rightarrow T_2' R_k - T_{\sigma\tau}' R_k = \frac{1}{2} M_k R_k^2 \alpha_\gamma \Rightarrow T_2' - T_{\sigma\tau}' = \frac{1}{2} M_k R_k \alpha_\gamma \Rightarrow T_2' - T_{\sigma\tau}' = \frac{1}{2} M_k \alpha_{cm(\kappa)} \, (1)$$

$$\sum F_x = M_k \alpha_{cm} \Rightarrow T_2' + T_{\sigma\tau}' - M_k \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_k \alpha_{cm} \, (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2T_2' - M_k \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M_k \alpha_{cm} \Rightarrow 2T_2' = M_k \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + \frac{3}{2} M_k \alpha_{cm}$$

$$\Rightarrow T_2' = \frac{M_k \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{2} + \frac{3}{4} M_k \alpha_{cm} \, (3)$$

Για το σώμα Σ:

$$\sum F_x = M_\Sigma \alpha \Rightarrow M_\Sigma g - T_1' = M_\Sigma \alpha \Rightarrow T_1' = M_\Sigma g - M_\Sigma \alpha \; (4)$$

Για την τροχαλία:

$$\sum \tau = I_{\tau\rho} \alpha_\gamma \Rightarrow T_1' R_T - T_2' R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \alpha_\gamma \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M_T R_T \alpha_\gamma \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M_T \alpha_{\varepsilon\pi(2)} \, (5)$$

Η επιτάχυνση α του σώματος είναι ίση με την $\alpha_{\varepsilon\pi(2)}$ της τροχαλίας και είναι ίση με την επιτάχυνση του σημείου Θ του κυλίνδρου διότι το νήμα κυλάει χωρίς ολίσθηση στη τροχαλία.

$\alpha = \alpha_{\varepsilon\pi(2)} = \alpha_{\Theta}\ (6)$

$u_{\Theta} = 2u_{cm} \Rightarrow \frac{du_{\Theta}}{dt} = \frac{2du_{cm}}{dt} \Rightarrow \alpha_{\Theta} = 2\alpha_{cm}$

Άρα, έχουμε:

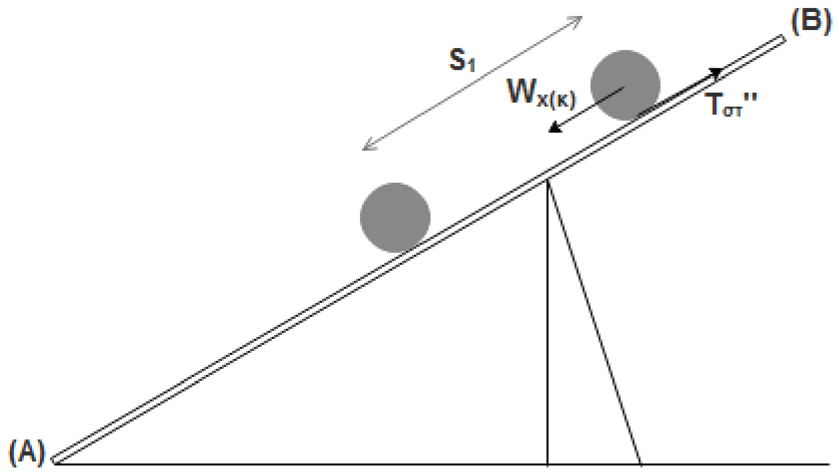
$$T_1' - T_2' = \frac{1}{2}M_T\alpha_{\varepsilon\pi(2)} \overset{(6)}{\Rightarrow} T_1' - T_2' = \frac{1}{2}M_T\alpha \overset{(3),(4)}{=} M_\Sigma g - M_\Sigma\alpha - \frac{M_k g\eta\mu\varphi}{2} - \frac{3}{4}M_k\alpha_{cm} = \frac{1}{2}M_T\alpha$$

$$\Rightarrow 20 - 2\alpha - \frac{2\cdot 10\cdot 0,5}{2} - \frac{3\cdot 2}{4}\alpha_{cm} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\alpha \overset{(6),(7)}{\Rightarrow} 20 - 2\alpha - 5 - 1,5\frac{\alpha}{2} = \alpha$$

$$\Rightarrow 15 = 2\alpha + \frac{1,5\alpha}{2} + \alpha \Rightarrow 15 = 3,75\alpha \Rightarrow \alpha = 4\ m/s^2$$

$$\alpha = 2\alpha_{cm} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2m/s^2$$

Δ.3



Τη στιγμή $t_1 = 0,5$ sec που κόβω το νήμα ο κύλινδρος έχει διανύσει διάστημα

$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0,5^2 \Rightarrow s_1 = 0,25m$

και ταχύτητα $U_{cm} = \alpha_{cm}t_1 \Rightarrow U_{cm} = 2\cdot 0,5 \Rightarrow U_{cm} = 1\ m/s$

Μετά το κόψιμο του νήματος για τον κύλινδρο

$\Sigma F_x = M_\kappa\alpha_{cm}' \Rightarrow T_{\sigma\tau}'' - M_\kappa g\eta\mu\varphi = M_\kappa\alpha_{cm}'$ (8)

$\Sigma_\tau = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow -T_{\sigma\tau}''\cdot R_\kappa = \frac{1}{2}M_\kappa R_\kappa^2\alpha_\gamma' \Rightarrow -T_{\sigma\tau}'' = \frac{1}{2}M_\kappa\alpha_{cm}'$ (9)

$$(8)+(9) \Rightarrow -\mathrm{M}_{\kappa} g \eta\mu\varphi = \frac{3}{2}\mathrm{M}_{\kappa}\alpha_{cm}{}' \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm}{}' = \frac{-2g\eta\mu\varphi}{3} \Rightarrow \ \alpha_{cm}{}' = -\frac{10}{3} m/s^2$$

$$\mathrm{U}_{cm}{}' = \mathrm{U}_{cm} - \left(\alpha_{cm}{}'\right)\Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3}\Delta t \Rightarrow \frac{10}{3}\Delta t = 1 \Rightarrow \Delta t = 0,3\sec$$

άρα $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0,8\sec$

Δ.4

$$S_2 = \mathrm{U}_{cm}\Delta t - \frac{1}{2}\left(\alpha_{cm}{}'\right)\Delta t^2 \Rightarrow$$

$$S_2 = 1\cdot 0,3 - \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\left(\frac{3}{10}\right)^2 \Rightarrow$$

$$S_2 = 0,3 - \frac{1}{2}\frac{10}{3}\frac{9}{100} = 0,3 - \frac{1}{2}\frac{3}{10} \Rightarrow$$

$$S_2 = 0,3 - 0,15 \Rightarrow S_2 = 0,15\,\mathrm{m}$$

$$S_o = S_1 + S_2 \Rightarrow S_o = 0,25 + 0,15 \Rightarrow S_o = 0,4m$$

Δ.5

Στη σανίδα ασκούνται οι δυνάμεις το βάρος W της στο μέσο M, η δύναμη από την άρθρωση στο Γ και η δύναμη N΄ από τον κύλινδρο.

Για να μην ανατραπεί η σανίδα θα πρέπει στη θέση που σταματά ο κύλινδρος να ισχύει:

$$\mathrm{T}_{W(\Gamma)} > \mathrm{T}_{\mathrm{N}'(\Gamma)} \Rightarrow \mathrm{M}g\sigma\upsilon\nu\varphi(\mathrm{M}\Gamma) > \mathrm{N}'(s_{o\lambda} - \Gamma\Delta) \Rightarrow \mathrm{M}g\sigma\upsilon\nu\varphi(\mathrm{M}\Gamma) > \mathrm{M}_k g\sigma\upsilon\nu\varphi(s_{o\lambda} - \Gamma\Delta)$$

$$\Rightarrow 2\cdot 10\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi\cdot(\frac{\ell}{2} - \mathrm{B}\Gamma) > 2\cdot 10\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot(0,4-0,2) \Rightarrow 2 - 1,5 > 0,2$$ το οποίο ισχύει.

Άρα, η σανίδα δεν ανατρέπεται.